




# Computer-Graphik II

## Acceleration Data Structures (auch für Raytracing ...)

G. Zachmann  
Clausthal University, Germany  
[cg.in.tu-clausthal.de](http://cg.in.tu-clausthal.de)



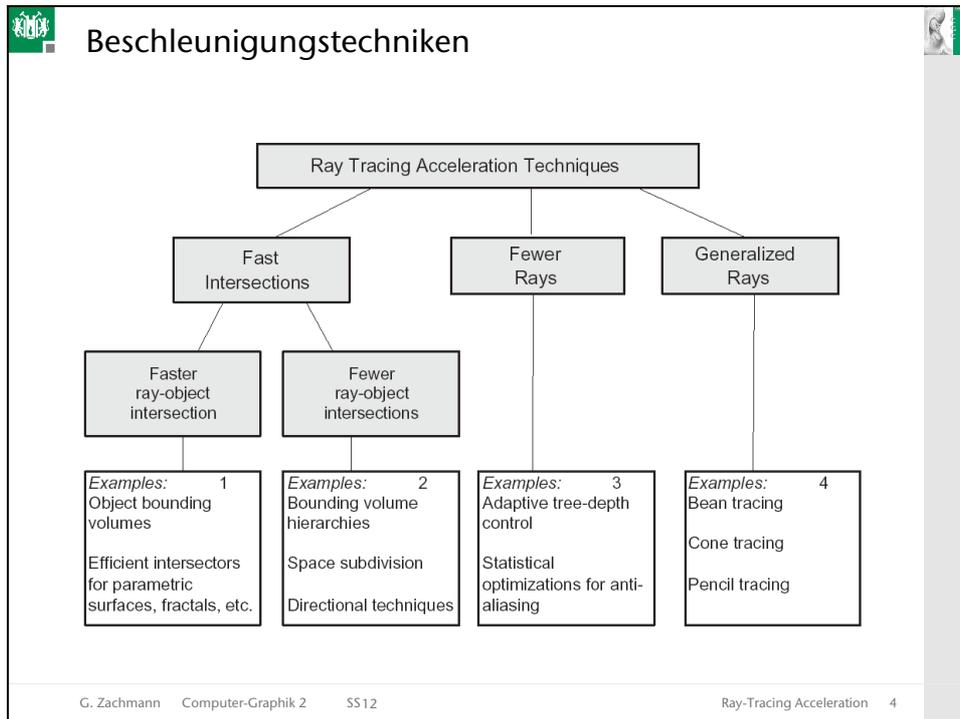

## Kosten des Ray-Tracing

cost  $\approx$  height \* width \*  
 num primitives \*  
 intersection cost \*  
 size of recursive ray tree \*  
 num shadow rays \*  
 num supersamples \*  
 num glossy rays \*  
 num temporal samples \*  
 num focal samples \*  
 ...

**Kann man das verringern?**

*(A green arrow points from the text 'Kann man das verringern?' to the 'num primitives \*' term in the list.)*

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 3



## Der *Light Buffer*

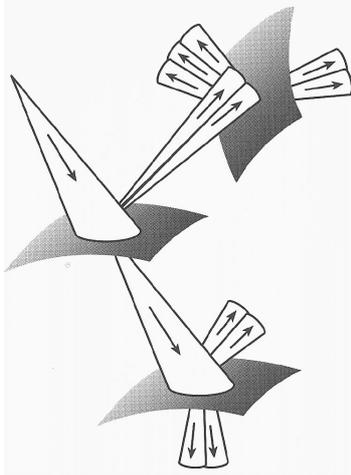
- Beobachtung: bei der Verfolgung von Schattenstrahlen reicht es, **irgendeinen** Schnittpunkt mit einem opaken Objekt zu finden
- Idee: speichere bei jeder Lichtquelle und für jede Raumrichtung eine Liste von Polygonen, die in dieser Richtung liegen
  - Datenstruktur des **Light Buffer**: "**Richtungswürfel**"
  - Entweder als Preprocessing (scan conversion auf die Würfelseiten), oder "on demand" (eintragen in Zelle falls Occluder gefunden)

Cell record		
Object label	Polygon label	Depth

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12
Ray-Tracing Acceleration 5

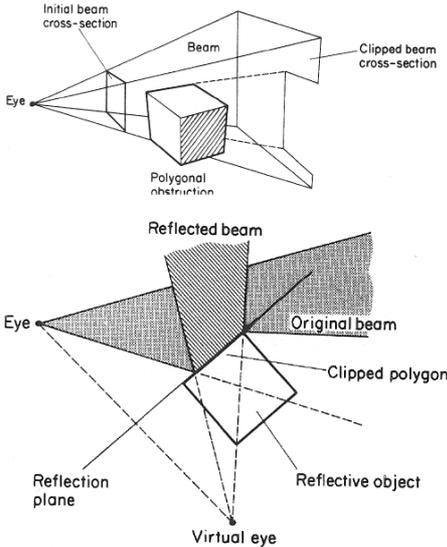
## Beam und Cone Tracing

- Allgemeine Idee: versuche Beschleunigung durch Verschießen mehrerer oder "dickerer" Strahlen auf einmal
- Beam Tracing:
  - Ein Strahlbündel mit Pyramide genau darstellen
  - Neue Beams an den Oberflächen (Polygone) erzeugen
- Cone Tracing:
  - Ungefähre Approximation eines Strahlbündels mit Kegeln mit Kegeln
  - Wenn notwendig, in kleinere Kegel unterteilen
- Probleme:
  - Ausschnitt der Strahlen?
  - Gute Approximation?
  - Wie berechnet man Schnitte mit Flächen?
- Nicht wirklich praktikabel, viel zu teuer!



G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 6

## Beam Tracing

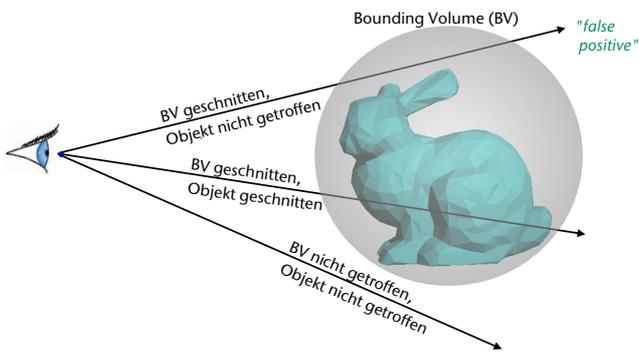


Initial beam cross-section  
Eye  
Beam  
Clipped beam cross-section  
Polygonal obstruction  
Reflected beam  
Eye  
Original beam  
Clipped polygon  
Reflection plane  
Reflective object  
Virtual eye

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 7

## Bounding Volumes (BVs)

- Grundidee: spare Kosten durch Vorberechnungen mit der Szene und Filterung der Strahlen zur Laufzeit

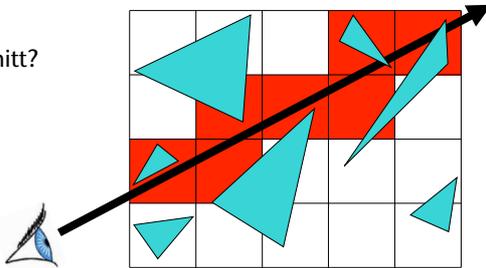


- Verfehlt der Strahl das Bounding Volume, so kann man auf den Schnitt mit der Teilszene verzichten

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 8

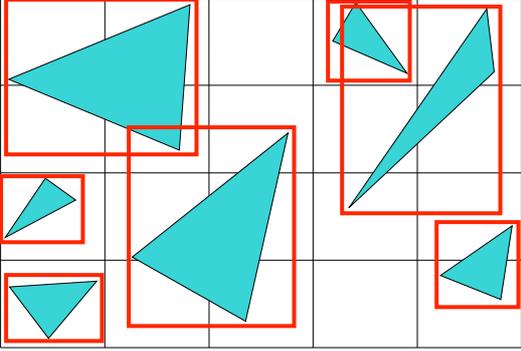
## Regelmäßiges Gitter

- Erstellung des Gitters:
  - Bestimme BBox der Szene
  - Bestimme gute Gitter- Auflösung ( $n_x, n_y, n_z$ )
- Für jede Zelle entlang eines Strahls:
  - Enthält die Zelle einen Schnitt?
  - Ja: liefere Schnitt zurück
  - Nein: fortfahren



G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 9

- Primitive in Gitter einfügen:
  - Benutze Objekt-BBox
  - I.a. mehrfache Einfügung in versch. Zellen
- Jede Zelle enthält Liste mit Zeigern auf Objekte

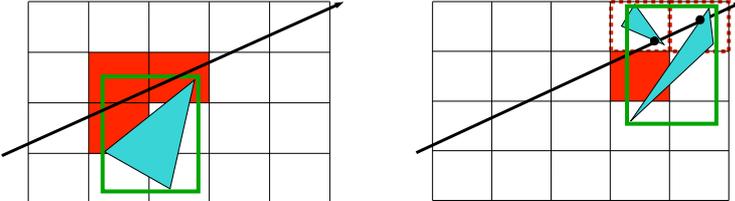


G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 10

## Probleme

- Nach der Unterteilung des 3D-Raums können die Objekte in mehreren Voxeln liegen und müssen dann in jedem von diesen Voxeln referenziert werden

1. Problem: Schnitt muß nicht der nächste sein (r.u.)
  - Lösung: wenn Schnittparameter  $t$  nicht im Innen der Zelle liegt, dann weitermachen (es kann etwas näheres geben)
2. Problem: wie vermeidet man, dass der Strahl 3x gegen das Obj getestet wird? (l.u.)



G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 11

## Die Mailbox-Technik

- Lösung: jedem Objekt in der Szene wird eine **Mailbox** und jedem Strahl eine eindeutige **Strahl-ID** zugeordnet
  - Einfach im Konstruktor der Strahl-Klasse einen Zähler hochzählen
- Nach jedem Schnittpunkttest wird die Strahl-ID in die Mailbox des Objekts gespeichert
- Vor jedem neuen Schnittpunkttest wird die Strahl-ID des aktuellen Strahls mit der Strahl-ID in der Mailbox des Objektes verglichen:
  - die IDs sind gleich → das Ergebnis des Schnittpunkttests kann ohne weitere Berechnungen aus der Mailbox ausgelesen werden;
  - sonst → führe neue Schnittpunktberechnung durch und speichere das Ergebnis in der Mailbox (mit Strahl-ID)

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 12

## Optimierungen der Mailbox-Technik

- Probleme der naiven Methode:
  - Schreiben der Mailbox im Dreieck zerstört Cache
  - Man kann nicht mehrere Strahlen parallel testen
- Lösung: speichere Mailbox getrennt von den Dreiecksdaten
  - Kleine Hash-Table zu jedem Strahl, die die Dreiecks-IDs enthält
    - Nur wenige Dreiecke werden von jedem Strahl berührt
    - Hashtable kann hauptsächlich im Level-1-Cache bleiben
  - Einfache Hashing-Funktion reicht
  - Paralleles Testen mehrere Strahlen auf versch Prozessoren trivial
- Dahinter steckt das alte Problem: soll man  
*"Array of Structs" (AoS)* oder *"Struct of Arrays" (SoA)*  
 implementieren?

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 13

## Traversierung eines 3D-Gitters

- Einfache Idee: verwende 2 synchronisierte DDA's → **3D-DDA**
  - Wie im 2D gibt es eine "driving axis"
  - Im 3D gibt es aber **zwei** "passive axes"

■ : grid cells identified by Bresenham's DDA  
 ○ : additional grid cells pierced by ray

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 14

## Besserer Gitter-Traversierungs-Algorithmus

- Schneide Strahl mit Bbox der Szene
  - Achtung: Strahlursprung kann innerhalb der Bbox sein!
- Bestimme erste Zelle

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 15

- Gibt es ein Muster für die Zellenübergänge?
- Ja, horizontale und vertikale Übergänge haben regelmäßigen Abstand

$dt_x = g_x / d_x$

$dt_y = g_y / d_y$

$g_x$

$g_y$

$d_x$   $d_y$

$d$

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 16

### Der Algorithmus

```

if tnext_x < tnext_y :
    i += sx
    tmin = tnext_x
    tnext_x += dtx
else:
    j += sy
    tmin = tnext_y
    tnext_y += dty

```

$(d_x, d_y)$

$t_{min}$   $t_{next_x}$   $t_{next_y}$

$dt_y$   $dt_x$

Cell[i, j] Cell[i+1, j]

$$s_x = \begin{cases} 1 & , d_x > 0 \\ -1 & , d_x \leq 0 \end{cases}$$

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 17

### Speicherung

- Viele leere Zellen → stelle Gitter durch eine Hashtabelle dar

Hash-Funktion  $h(i,j,k)$

Hash-Tabelle

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 18

- Dicht besetztes Gitter → verwende Blocking (aka "memory bricking")
  - Teile Gitter auf in Blocks, speichere jeden Block in zusammenhängenden Speicherbereich, so daß 1 Block = 1 L1-Cache-Zeile
  - Fasse Blocks zu "Macro-Blocks" zusammen, so daß 1 Macro-Block komplett in den L2-Cache passt

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 19

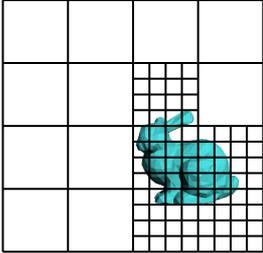
## Optimale Zahl der Voxel

- Zu viele Zellen → langsame Traversierung, großer Speicherverbrauch, schlechte Cache-Ausnutzung
- Zu wenig Zellen → zu viele Primitive in einer Zelle
- Gute Daumenregel: Seitenlänge der Zellen so groß wie die durchschnittliche Seitenlänge der Dreiecke (Objekte)
- Kennt man die nicht (oder ist zu teuer zu berechnen): wähle Seitenlänge =  $\sqrt[3]{N}$
- Weitere Daumenregel: möglichst würfelförmige Voxel erzeugen

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 20

## Rekursives Gitter [1989]

- Problem: reguläres Gitter passt sich nicht gut unterschiedlichen lokalen Dichten an ("teapot in a stadium")
- Idee:
  - Erzeuge zunächst nur grobes Gitter
  - Unterteile "dichte" Zellen wieder durch ein (grobes) Gitter
  - Abbruchkriterium: weniger als n Objekte in Zelle oder max. Tiefe erreicht
- Ergibt  $k^3$ -Wege-Baum
  - Evtl. Problem der effizienten Speicherung
- Zusätzliches Feature: Unterteilung "on demand"
  - Erzeuge zunächst nur 1-2 Levels
  - Falls Strahl zur Laufzeit Zelle trifft, die Abbruchkriterium nicht erfüllt, erzeuge dann weitere Levels



Nested Grids

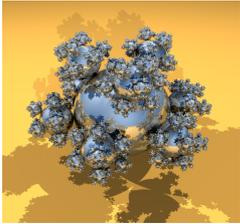
G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 21

## Hierarchical Uniform Grid (HUG) [1994]

- Problem: Anpassung der Zellengröße an die Objektgröße, wenn viele unterschiedliche Größen dabei sind
- Idee:
  - Gruppieren Objekte nach Größe → "Cluster"
  - Gruppieren Objekte innerhalb jedes Clusters nach Entfernung → kleinere Cluster
  - Baue Gitter für jedes dieser Cluster
  - Konstruiere Hierarchie über diese elementaren Gitter
- Beispiel:

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 22

## Vergleich einiger hierarchischer Gitter (Aufbau)



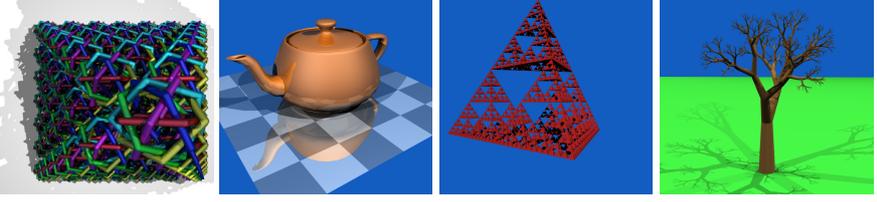


	balls	gears	mount
Uniform - D = 1.0	0.19	0.38	0.26
Uniform - D = 20.0	0.39	1.13	0.4
Rekursives Gitter	0.39	5.06	1.98
HUG	0.4	1.04	0.16

$$D = \frac{\text{Anzahl Voxel}}{\text{Anzahl Objekte}}$$

Quelle: Vlastimil Havran, Ray Tracing News vol. 12 no. 1, June 1999, <http://www.acm.org/tog/resources/RTNews/html>

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 23



	rings	teapot	tetra	tree
Uniform - D = 1.0	0.35	0.3	0.13	0.22
Uniform - D = 20.0	0.98	0.65	0.34	0.33
Rekursives Gitter	0.39	1.55	0.47	0.28
HUG	0.45	0.53	0.24	0.48

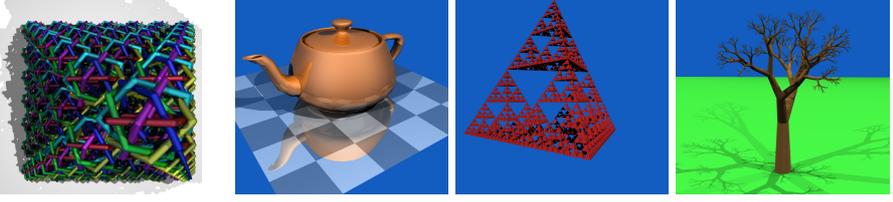
G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 24

Laufzeit des Ray-Tracings (sec)



	Balls	Gears	Mount
Uniform - D = 1.0	244.7	201.0	28.99
Uniform - D = 20.0	38.52	<b>192.3</b>	<b>25.15</b>
Rekursives Gitter	36.73	214.9	30.28
HUG	<b>34.0</b>	242.1	62.31

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 25

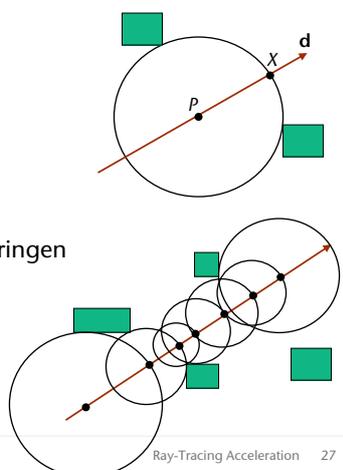


	Ringe	Teekanne	Tetra	Baum
Uniform - D = 1.0	129.8	28.68	5.54	1517.0
Uniform - D = 20.0	<b>83.7</b>	<b>18.6</b>	<b>3.86</b>	781.3
Rekursiv	113.9	22.67	7.23	33.91
HUG	116.3	25.61	7.22	33.48
Adaptive	167.7	43.04	8.71	<b>18.38</b>

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 26

## Proximity Clouds [1994]

- Gedankenexperiment:
  - Annahme: wir stehen auf dem Strahl an Punkt P, und wissen, daß sich in einer Kugel um P mit Radius r kein Objekt befindet
  - Dann können wir direkt zum Punkt
 
$$X = P + \frac{r}{\|d\|} \mathbf{d}$$
 weiterspringen
  - Annahme: diesen "clearance" Radius wissen wir in jedem Punkt des Raumes
  - Dann kann man von Punkt zu Punkt springen

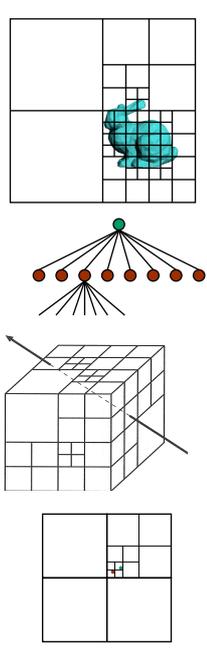


G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 27



## Octree / Quadtree

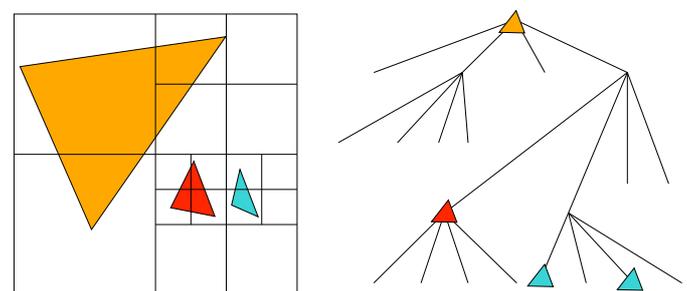
- Idee: extreme Variante der rekursiven Gitter
- Aufbau:
  - Mit BBox der gesamten Szene beginnen
  - Voxel in 8 gleiche Sub-Voxels rekursiv unterteilen
  - Abbruchkriterien: Zahl der restlichen Primitive und maximale Tiefe
- Vorteil: lässt große Traversal-Schritte in den leeren Regionen zu („empty space skipping“)
- Nachteile:
  - Rel. komplizierte Traversalalgorithmen
  - Benötigt manchmal sehr viele Unterteilungen zur Auflösung versch. Objekte



G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 30

## Primitive in adaptiven Gittern / Octrees

- Leben jetzt auf inneren Levels, oder ...
- Nur in Blättern, aber dann mehrfach vorhanden



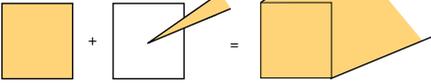
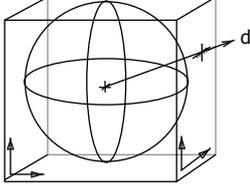
Octree/(Quadtree)

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 31

## 5D-Octree für Strahlen

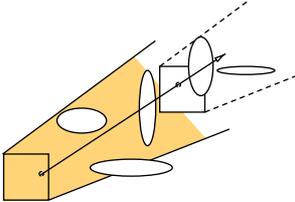
[Arvo u. Kirk 1987]

- Was ist ein Strahl?
  - Punkt + Richtung = 5-dim. Objekt
- Octree über Menge aller Strahlen:
  - Richtungswürfel D
  - Bidirektionale Abbildung für Richtungen:
 
$$S^2 \leftrightarrow D := [-1, +1]^2 \times \{\pm x, \pm y, \pm z\}$$
  - Alle Strahlen im Universum  $U = [0, 1]^3$ :
 
$$R = U \times D$$
- Knoten eines 5D-Octree = *Beam* in 3D:

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 32

- Aufbau (6x):
  - Assoziiere Objekt mit Knoten  $\leftrightarrow$  Objekt schneidet Beam
  - Start mit Wurzel =  $U \times [-1, +1]^2$  und Menge aller Objekte
  - Teile Knoten (in 32 Kinder) wenn
    - zu viele Objekte, und
    - zu große Zelle.
    - Ordne Objekte den Kindern zu
- Strahltest:
  - Konvertiere Strahl in 5D-Punkt
  - Finde Blatt des Octree
  - Schneide Strahl mit assoziierten Objekten
- Optimierungen...



G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 33

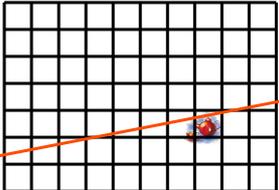
## Bemerkungen

- Die Methode führt im Prinzip eine approximierende Vorberechnung der Visibility für die komplette Szene durch
  - Was ist von jedem Punkt in jede Richtung sichtbar?
- Sehr teure Vorberechnung, billiges Traversal
  - Unangemessener Kompromiss zwischen Precomputation und Laufzeit
- Speicherhungrig, sogar mit *lazy evaluation*
- Wird selten in der Praxis verwendet

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 34

## kD-Trees

- Problem der Gitter: "teapot in a stadium"
- Problem der Octrees:
  - zu starr bei der Platzierung der Unterteilung (immer Mittelpunkt)
  - Unterteilung in allen Richtungen nicht immer nötig
- Lösung: hierarchische Raumunterteilung, die sich an die "Verteilung" der Geometrie lokal und möglichst flexibel anpasst
- Idee: rekursive Raumunterteilung durch **eine** Ebene:
  - Unterteile gegebenes Teilvolumen mit einer Ebene
  - Wähle Ebene senkrecht zu einer Koordinatenachse, aber sonst beliebig
- „Best known method“ [Siggraph Course 2006]
- ... jedenfalls für statische Szenen



G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 35



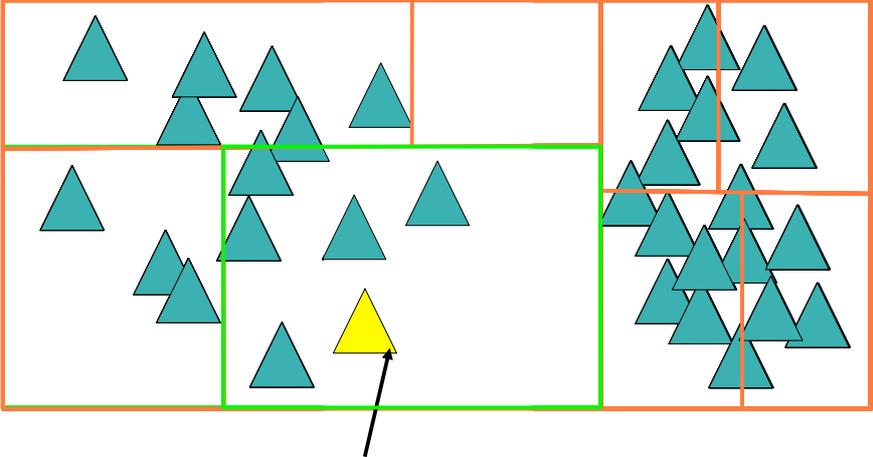

- **Informelle Definition:**
  - **Binärer Baum:**
    - Blätter: enthalten einzelne Objekte oder Objektliste
    - Innere Knoten: *Splitting Plane* (senkrecht zu einer Achse) und Kind-Pointer
  - **Abbruchkriterium:**
    - Maximale Tiefe, Zahl der Objekte, Kostenfunktion, ...
- **Vorteile:**
  - Adaptiv
  - Kompakt (nur 8 Bytes pro Knoten notwendig)
  - Einfacher und schneller Traversal
- **Kleiner Nachteil:**
  - Polygone müssen oft mehrfach im Baum gespeichert werden

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12
Ray-Tracing Acceleration 36

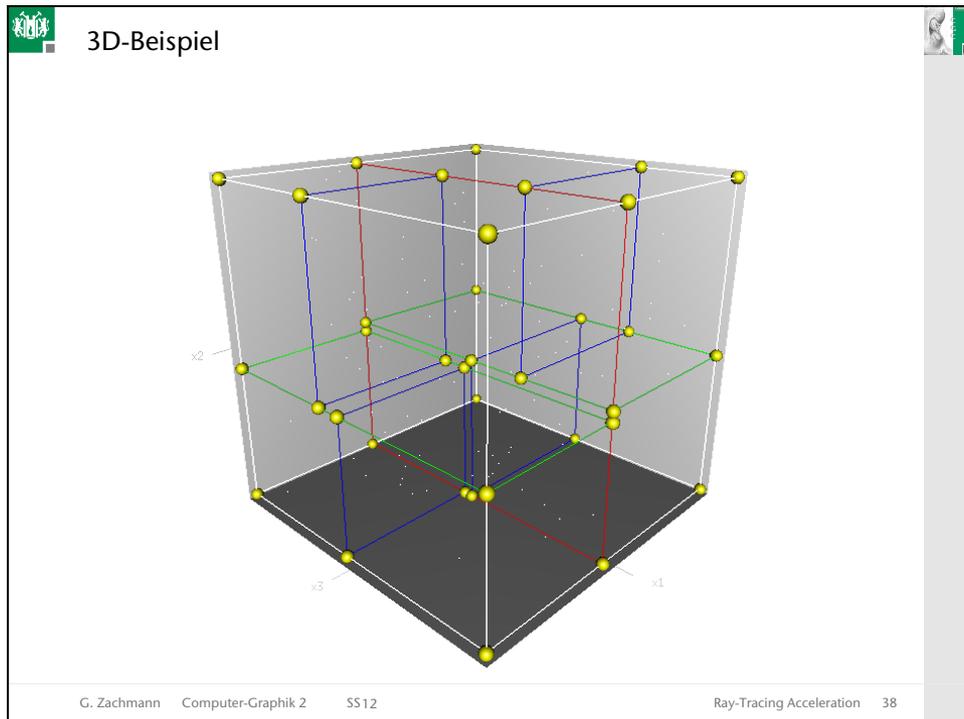


## Beispiel





G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12
[Slide courtesy Martin Eisemann] Ray-Tracing Acceleration 37



### Ray-Traversal in einem kd-Tree

- Schneide Strahl mit Root-Box  $\rightarrow t_{\min}, t_{\max}$
- Rekursion:
  - Schneide Strahl mit Splitting Plane  $\rightarrow t_{\text{split}}$
  - Fallunterscheidung:
    - a) Erst "near", dann "far" Teilbaum traversieren
    - b) Nur "near" traversieren
    - c) Nur "far" traversieren

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 39

### Pseudo-Code für die Traversierung

```

traverse( Ray r, Node n, float t_min, float t_max ):
  if n is leaf:
    intersect r with each primitive in object list,
      discarding those farther away than t_max
    return object with closest intersection point (if any)

  t_split = signed distance along r to splitting plane of n
  near = child of n containing origin of r    // test signs in r.d
  far  = the "other" child of n
  if t_split > t_max:
    return traverse( r, near, t_min, t_max ) // (b)
  else if t_split < t_min:
    return traverse( r, far, t_min, t_max )  // (c)
  else:
    t_hit = traverse( r, near, t_min, t_split )
    if t_hit < t_split:
      return t_hit                          // early ray terminat'n
    return traverse( r, far, t_split, t_max )

```

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 40

### Optimierte Traversierung [1999]

- Beobachtung:
  - 90% aller Strahlen sind Schattenstrahlen
  - Irgendein Hit genügt (nicht notw. der nächste)
- Konsequenz:
  - Reihenfolge des Besuchs der kD-Tree-Kinder ist egal → mache reines DFS
- Idee: Rekursion durch Iteration ersetzen
- Dazu Baum transformieren:

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 41

- Algorithmus:

```

traverse( Ray ray, Node root ):
  stopNode = root.skipNode
  node = root
  while node < stopNode:
    if intersection between ray and node:
      if node has primitives:
        if intersection between primitive and ray:
          return intersection
        node ++
      else:
        node = node.skipNode
  return "no intersection"

```

Diplomarbeit ...

## Aufbau eines kD-Trees

- Gegeben:**

- Achsenparallele BBox der Szene ("Zelle")
- Liste der Geometrieprimitive in dieser Zelle

- Ablauf:**

1. Wähle eine achsenparallele Ebene, um die Zelle in zwei aufzuspalten
2. Verteile die Geometrie auf die beiden Kinder
  - evtl. einige Polygone (konzeptionell) aufspalten
3. Rekursion, bis Abbruchkriterium erfüllt ist

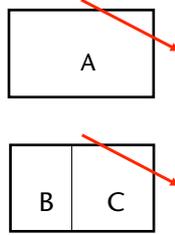
- Bemerkung:** jede Zelle (Blatt oder innerer Knoten) definiert eine Box, ohne daß diese explizit irgendwo gespeichert ist

- (Theoretisch, wenn man an der Wurzel mit dem **ganzen** Raum startet, können dieses Boxes sogar halb-offen sein)

### Ein Abbruchkriterium

- Wie trifft man die Entscheidung, ob sich eine weiterer Split lohnt?
- Betrachte die Kosten beim Strahltest für 2 Fälle:
  - Kein Split  $\rightarrow$  Kosten =  $t_i N$
  - Split  $\rightarrow$  Kosten =  $t_t + t_i(p_B N_B + p_C N_C)$

wobei  $t_i$  = Zeit für 1 Schnitttest Strahl–Primitiv  
 $t_t$  = Zeit für 1 Schnitttest Strahl–Split-Ebene eines kd-Knoten  
 $p_B$  = Wahrscheinlichkeit, daß Strahl Zelle B trifft  
 $N$  = Anzahl Primitive



$$p_B \propto \frac{S_B}{S_A}$$

- Vereinfachende Annahmen dabei:
  - $t_i = \text{const}$  für alle Primitive
  - $t_i : t_t = 80 : 1$  (festgestellt durch Experimente)
  - $p_B$  werden wir später ermitteln

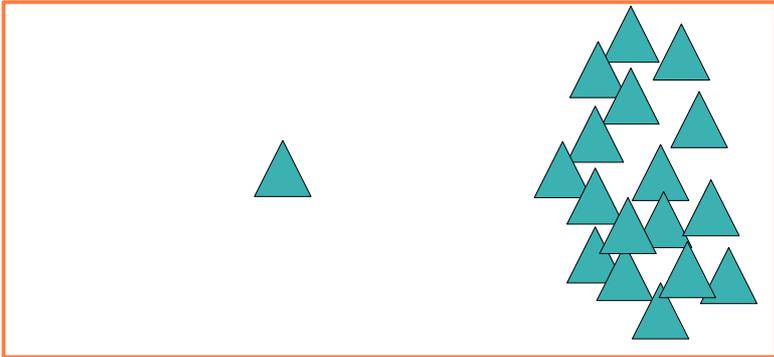
G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 45

### Zur Wahl der Splitting-Plane

- Näive Wahl der Splitting-Plane:**
  - Split-Achse:
    - Round Robin (x, y, z, x, ...)
    - Die längste Achse teilen
  - Split-Position:
    - Mitte der Zelle
    - Median der Geometrie
- Besser: verwende Kostenfunktion**
  - Kostenfunktion sollte die **erwarteten** Kosten eines Strahltests auf beide Teilbäume **gleichmäßig** verteilen
  - Probiere alle 3 Achsen
  - Suche entlang jeder Achse das Minimum
  - wähle die Achse und Split-Position mit dem kleinsten Minimum

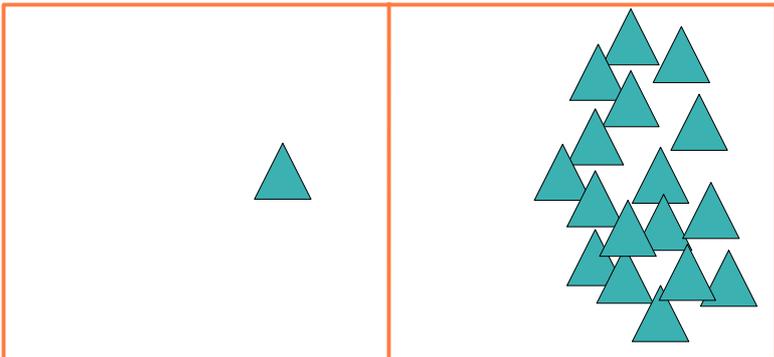
G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 46

Motivation der Kostenfunktion



G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 47

Split in der Mitte:

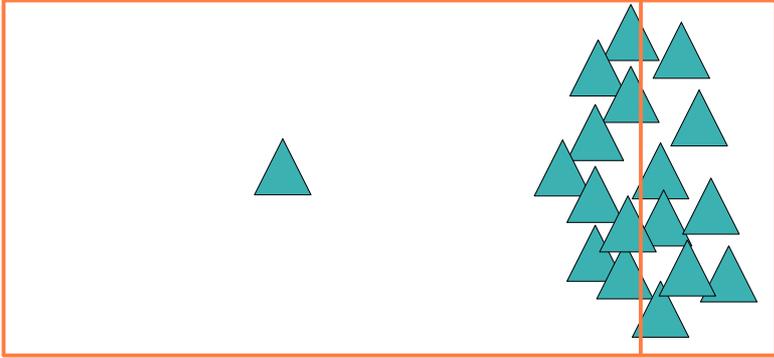


- Wahrscheinlichkeit, dass Strahl links oder rechts durchgeht ist gleich
- Erwartete Kosten für linkes oder rechtes Kind sind sehr verschieden!

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 48




▪ Split am Median:

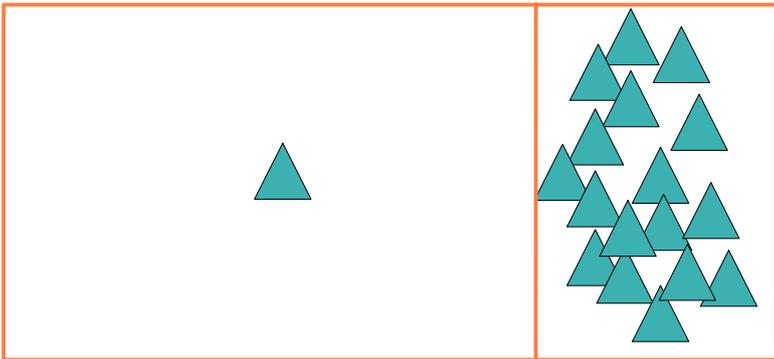


▪ Zeitaufwand links und rechts gleich, nicht aber die Wahrscheinlichkeit eines Hits

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 49




▪ Kosten-optimierte Heuristik:

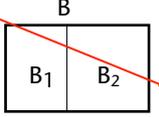


▪ Ungefähr gleiche erwartete Kosten  
- Wahrscheinlichkeit für Hit links größer, dafür sind dort weniger Polygone

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 50

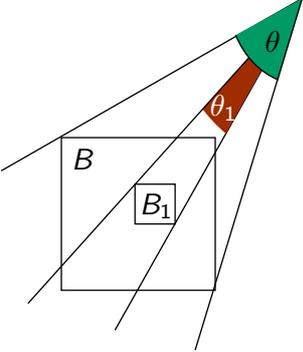
## Die Surface-Area-Heuristic (SAH) [1990]

- Frage: Wie misst man die Kosten eines gegebenen kd-Trees?
- Erwartete Kosten eines Strahltests:
  - bei der Traversierung ist man bei Zelle B angekommen
  - Zelle B habe Kinder  $B_1, B_2$
  - Erwartete Kosten ( $\sim$  Zeit):
 
$$C(B) = P[\text{Schnitt mit } B_1] \cdot C(B_1) + P[\text{Schnitt mit } B_2] \cdot C(B_2)$$
- Annahmen im folgenden:
  - alle Strahlen haben denselben, weit entfernten Ursprung
  - alle Strahlen treffen das Root-BV des kd-Tree



G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 52

- Wahrscheinlichkeit:
 
$$P[\text{Schnitt mit } B_1 \mid \text{Schnitt mit } B] = \frac{\theta_1}{\theta} \approx \frac{\text{Area}(B_1)}{\text{Area}(B)}$$
 wobei  $\frac{\theta}{\theta_1}$  der von B bzw.  $B_1$  aufgespannte Raumwinkel ist
- Erklärung: bei einer Kugel ist
 
$$A = 4\pi r^2$$
 und wenn Ursprung der Strahlen weit entfernt, dann ist
 
$$r \sim \sin(\theta) \approx \theta$$



G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 53

- Auflösung der "rekursiven" Formel:
  - Wie berechnet man  $C(B_1)$  bzw.  $C(B_2)$ ?
  - Einfache Heuristik: setze
 
$$C(B_i) \approx \text{Anzahl Dreiecke in } B_i$$
- Die Surface-Area-Heuristic komplett:  
minimiere beim Aufteilen der Menge der Polygone die Funktion
 
$$C(B) = \text{Area}(B_1) \cdot N(B_1) + \text{Area}(B_2) \cdot N(B_2)$$

G. Zachmann   Computer-Graphik 2   SS12 Ray-Tracing Acceleration   54

- **Achtung:** für andere Queries (z.B. Punkte, Boxes,...) ist die Fläche kein Maß für die Wahrscheinlichkeit!
- Naheliegende, verbesserte(?) Heuristik:  
mache „Look-Ahead“
 

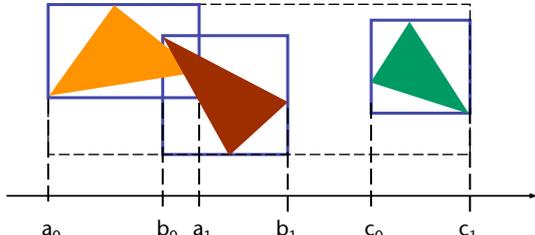
$B_{11}$	$B_{21}$
$B_{12}$	$B_{22}$

$$\begin{aligned}
 C(B) &= P[\text{Schnitt mit } B_1] \cdot C(B_1) \\
 &\quad + P[\text{Schnitt mit } B_2] \cdot C(B_2) \\
 &= P[B_1] \cdot (P[B_{11}]C(B_{11}) + P[B_{12}]C(B_{12})) \\
 &\quad + P[B_2] \cdot (P[B_{21}]C(B_{21}) + P[B_{22}]C(B_{22})) \\
 &\quad \dots
 \end{aligned}$$

G. Zachmann   Computer-Graphik 2   SS12 Ray-Tracing Acceleration   55

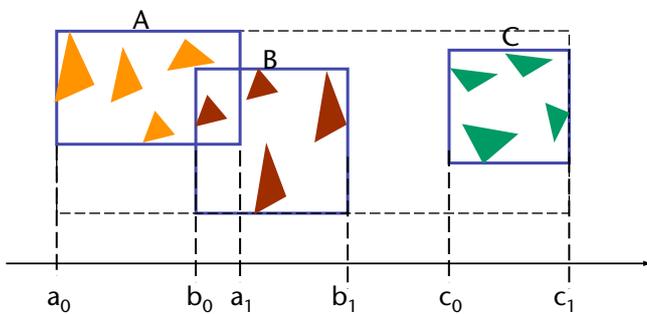
## Bemerkungen

- Es genügt, die Kostenfunktion (SAH) nur an einer endlichen Folge von Stellen auszuwerten
  - Nämlich an den Rändern der Bboxes der Dreiecke
  - Dazwischen ist der Wert der SAH auf jeden Fall schlechter
- Alle Ränder aller Elementar-BBoxes sortieren, SAH nacheinander an diesen Stellen auswerten (*plane sweep*)
- Sortieren erlaubt Intervallhalbierung und schnellere Auswertung



G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 56

- Falls Anzahl Polygone groß (> 500,000 z.B.) → suche nur nach **ungefähr** Minimum [Havran et al., 2006]:
  - Sortiere Polygone in "Buckets"
  - Werte SAH nur an den Bucket-Grenzen aus



G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 57

## Zusätzliche Kriterien [2005]

- Teste vor der SAH folgende Regel:
  - Falls eine leere Kind-Zelle abgespalten werden kann, dann erzeuge diese (überspringe SAH)
- Teste folgendes zusätzliches Abbruchkriterium:
  - Falls das Volumen der aktuellen Zelle zu klein ist, dann keine Aufteilung
  - Kriterium für "zu klein" (z.B.):  $\text{Vol}(\text{Zelle}) < 0.1 \cdot \text{Vol}(\text{Root})$
  - Sinn: solche Zellen werden wahrscheinlich sowieso nicht getroffen
  - Spart Speicherplatz, ohne Laufzeit zu kosten
- Für Architekturmodelle:
  - Falls es eine Splitting-Plane gibt, die komplett von Polygonen bedeckt wird, dann verwende diese; schlage diese Polygone der kleineren Zelle zu
  - Sinn: dadurch passen sich die Zellen eher den "Räumen" an (s.a. *portal culling*)

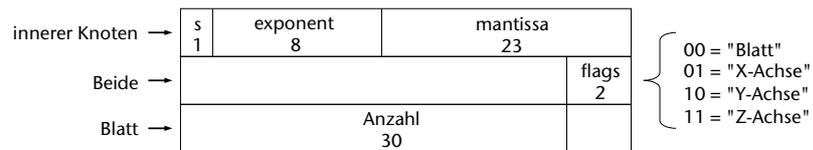
G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12
Ray-Tracing Acceleration 58

## Speicherung eines kd-Tree

- Daten pro Knoten:
  - Flag, ob innerer Knoten oder Blatt (bool)
  - Falls innerer Knoten:
    - Split-Achse (uint),
    - Split-Position (float),
    - 2 Zeiger auf Kinder (2 pointer)
  - Falls Blatt:
    - Anzahl Primitive (uint)
    - Liste der Primitive (pointer)
- Naïve Implementierung: 16 Bytes + 3 Bits — sehr **Cache-ineffizient**
- Optimierte Implementierung:
  - 8 Bytes (!)
  - Bringt 20% Speedup (manche berichten sogar Faktor 10!)

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12
Ray-Tracing Acceleration 59

- Idee der optimierten Speicherung: Daten überlagern
- Fasse alle Flags in 2 Bits zusammen
- Überlagere Flags, Split-Position, Anzahl Primitive



```

union
{
  unsigned int m_flags;      // both
  float m_split;           // inner node
  unsigned int m_nPrims;    // leaf
};
  
```

- Für innere Knoten: nur 1 Zeiger auf Kinder
  - Verwalte eigenes Array von kd-Knoten (nicht `malloc()` oder `new`)
  - Speichere beide Kinder in aufeinanderfolgende Array-Zellen; oder
  - speichere eines der Kinder direkt hinter dem Vater.
- Überlagere Zeiger auf Kinder mit Zeiger auf Primitive
- Zusammen:

```

class KdNode
{
private:
  union {
    unsigned int m_flags;      // both
    float m_split;           // inner node
    unsigned int m_nPrims;    // leaf
  };
  union {
    unsigned int m_rightChild; // inner node
    Primitive * m_onePrim;     // leaf
    Primitive ** m_primitives; // leaf
  };
};
  
```

Falls `m_nPrims == 1`

Falls `m_nPrims > 1`

- Achtung: Zugriff auf Instanzvariablen natürlich nur noch über Kd-Node-Methoden!
  - Z.B.: beim Schreiben von `m_split` muß man darauf achten, daß danach (nochmals) `m_flags` geschrieben wird (ggf. mit dem ursprünglichen Wert)!
  - Beim Schreiben/Lesen von `m_nPrims` muß ein Shift durchgeführt werden!

G. Zachmann   Computer-Graphik 2   SS12 Ray-Tracing Acceleration   62

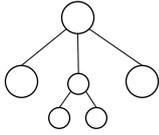
## Spatial KD-Trees (SKD-Tree) [1987/2002/2006]

- Variante der kd-Trees
- Andere Namen: BoxTree, "Bounding Interval Hierarchy" (BIH)
- Unterschied zu einfachem kd-Tree:
  - 2 parallele Splitting Planes pro Knoten
  - Alternative: die 2 Splitting Planes dürfen verschieden orientiert sein
- Vorteil: "*straddling*" Polygone brauchen nicht mehr in beide Teilbäume aufgenommen werden
  - Bei kd-Trees hat man ca.  $2 \cdot 3 \cdot N$  Zeiger auf Dreiecke,  $N$  = Anzahl Dreiecke in der Szene
- Nachteil: Überlappung → man kann Traversierung nicht stoppen, wenn man Hit im "near" Teilbaum gefunden hat

G. Zachmann   Computer-Graphik 2   SS12 Ray-Tracing Acceleration   63

## Oversized Objects

- Problem:
  - manchmal sind die Größen der Dreiecke sehr verschieden (z.B. Architektur-Modelle)
  - Diese erschweren das Finden von guten Splitting-Planes
- Lösung: ternärer Baum
- Aufbau:
  - Vor jedem Splitting: filtere "oversized objects" heraus
  - Falls viele "oversized objects": baue eigenen kd-Tree
  - Sonst: einfache Liste

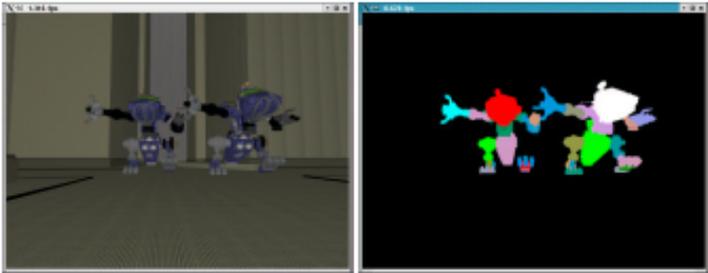


Diplomarbeit ...

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 64

## Zwei-stufige Datenstrukturen

- Beobachtung:
  - Oft ist nur ein Teil der Szene dynamisch
  - Die dynamischen Teile sind oft sog. "*articulated bodies*", d.h., sie bestehen aus starren, miteinander beweglich verbundenen Teilen (z.B. Roboter)

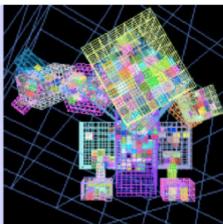


G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 65

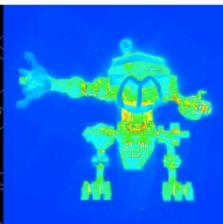
- Idee:
  - Verwende für jedes in sich starre Teil ein eigenes Gitter (oder eine andere DS)
  - Verwende ein globales Gitter, in dem die einzelnen Teile als elementare Objekte einsortiert werden
  - Bei Bewegung der Figur muß nur dieses globale Gitter aktualisiert werden



Articulated Body



Gitter für jedes Teil



Ray-Tracing-Zeit pro Pixel

G. Zachmann   Computer-Graphik 2   SS12 Ray-Tracing Acceleration   66

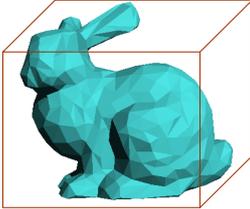
## Raumunterteilung vs. Objektunterteilung

- Bisher: Raum wird unterteilt, Objekte (= Dreiecke) den Teilräumen zugeordnet
- Jetzt: Menge der Objekte wird unterteilt, jeder Teilmenge wird ein Bounding Volumen (= Teilraum) zugeordnet
- In Wahrheit sind die Grenzen zwischen beiden Verfahren fließend

G. Zachmann   Computer-Graphik 2   SS12 Ray-Tracing Acceleration   67

## Bounding Volumes (BVs)

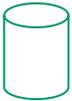
- Komplexe geometrische Objekte bzw. ganze Objektgruppen werden durch "Hüllen" angenähert
- Anforderungen:
  - Die approximierten Objekte müssen vollständig innerhalb des Bounding Volumines liegen
  - Das BV sollte so kompakt wie möglich sein
  - Der Test auf Schnitt mit einem Strahl sollte möglichst schnell berechenbar sein



G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 68

## Beispiele für Bounding Volumines

Diplomarbeit ...



Zylinder  
[Weghorst et al., 1985]



Box, AABB (R\*-trees)  
[Beckmann, Kriegel, et al., 1990]



Konvexe Hülle  
[Lin et al., 2001]



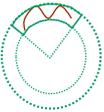
Kugel  
[Hubbard, 1996]



Prisma  
[Barequet, et al., 1996]



OBB (oriented bounding box)  
[Gottschalk, et al., 1996]



Kugelschale (spherical shell)  
[...]



k-DOPs / Slabs  
[Zachmann, 1998]



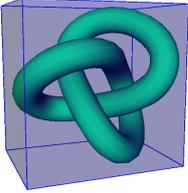
Schnitt mehrerer anderer BVs

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 69

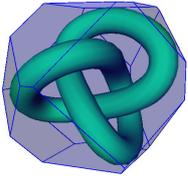
## k-DOPs

Beispiele:

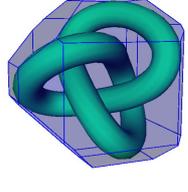
6-DOP  
(AABB)



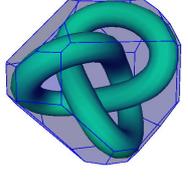
14-DOP



18-DOP



26-DOP



G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 70

## Kosten eines BVs

Kosten einer Schnittpunktberechnung eines Strahls mit einer Teilszene:  

$$T = n \cdot B + m \cdot l$$

$T$  = gesamte Schnittpunktberechnungskosten  
 $n$  = Anzahl der Strahlen, die gegen das BV getestet werden  
 $B$  = Kosten des Schnittpunkttests mit dem BV  
 $m$  = Anzahl der Strahlen, die das BV schneiden  
 $l$  = Kosten der Tests mit den Objekten der enthaltenen Teilszene

- $T$  soll minimiert werden
- 2 unterschiedliche Anforderungen bei der Wahl eines BVs:
  - einfache BVs (z.B. Kugel, Box) = kleine Schnittkosten  $B$ , relativ hohe Strahlentrefferzahlen  $m$
  - komplexe BVs (z.B. exakte konvexe Hülle) = kleines  $m$ , hohe Schnittkosten  $B$

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 71

▪ Qualitativer Vergleich:

Better approximation,  
higher build and update costs

sphere      AABB      DOP      OBB      convex hull

Smaller computational costs  
for overlap test

G. Zachmann    Computer-Graphik 2    SS12    Ray-Tracing Acceleration    72

## Bounding Volume Hierarchy (BVH)

▪ Definition:

Eine BVH über einer Menge von Dreiecken  $\mathcal{P}$  (oder allg. Primitiven) ist ein Baum, in dem jedem Knoten

- eine Teilmenge der Primitive aus  $\mathcal{P}$  und
- ein BV  $\mathcal{B}$

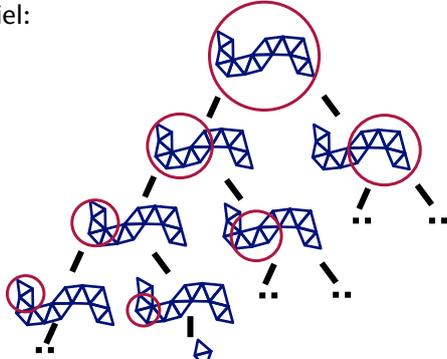
zugeordnet sind, so daß  $\mathcal{B}$   $\mathcal{P}$  vollständig einschließt, und so daß  $\mathcal{B}$  die BVs aller Kinder einschließt.

▪ Bemerkungen:

- Man verwendet  $\mathcal{B}$  oft auch als Synonym für den Knoten im Baum
- Primitive werden (üblicherweise) nur an den Kindern gespeichert
  - Ausnahmen können durchaus Sinn machen
- Üblicherweise ist auch  $\mathcal{P} = \mathcal{P}_1 \dot{\cup} \dots \dot{\cup} \mathcal{P}_n$  wobei  $\mathcal{P}_i$  die den Kindern zugeordneten Primitive sind

G. Zachmann    Computer-Graphik 2    SS12    Ray-Tracing Acceleration    73

■ Schematisches Beispiel:

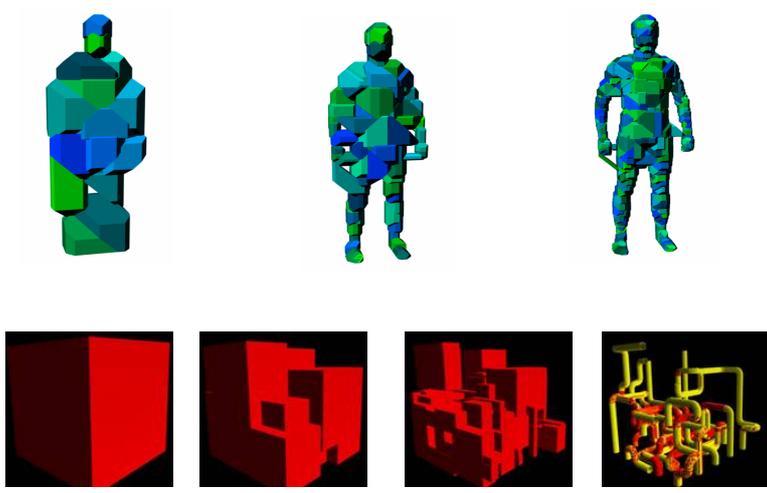


■ Parameter:

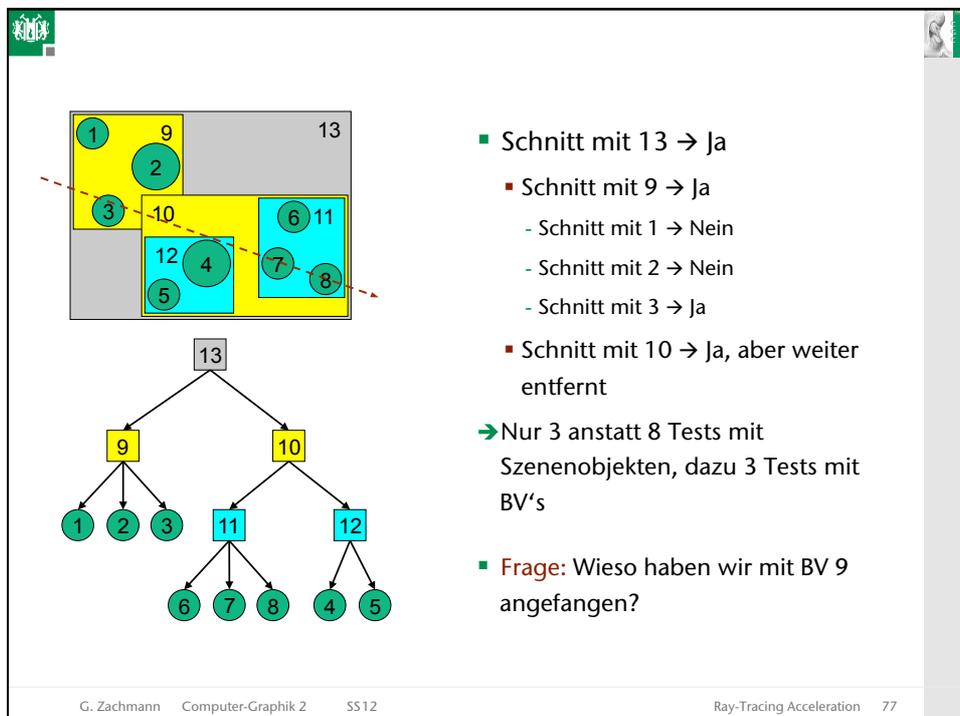
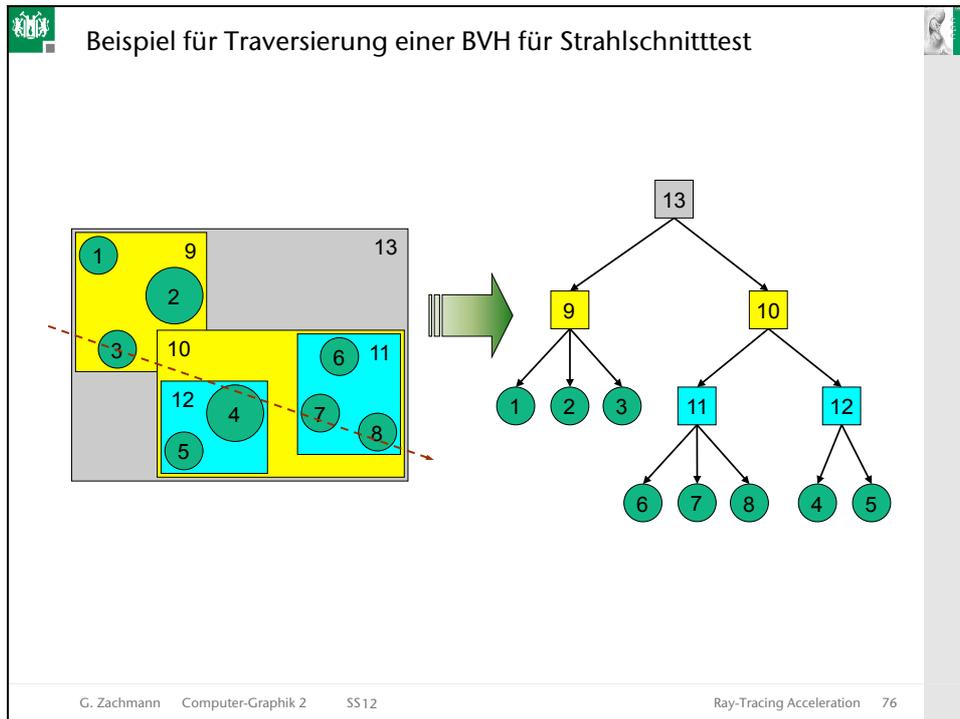
- Art des BVs
- "Arity" (Grad der Knoten)
- Abbruchkriterium (insbesondere: wieviel Dreiecke pro Blatt)
- **Aufteilungskriterium** der Primitive (während der Konstruktion)

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 74

Beispiele



G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 75



## Hierarchie-Traversierung nach Kay & Kajiya

- Problem: die Reihenfolge, in der die Knoten beim **reinen DFS** abgearbeitet werden, hängt nur von der Topologie des Baumes ab
- Besser: berücksichtige zusätzlich die **räumliche Lage** der BVs
- Kriterium: Entfernung des Schnittpunktes mit dem BV vom Startpunkt des Strahles (*estimated distance*)

→ Verwendung einer **Priority Queue**

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 78

## Algorithmus

- Berechne die Distanz zwischen dem Strahlursprung und dem Schnittpunkt eines Strahls mit dem aktuell besuchten BV
- Ist die Distanz größer als die Distanz zu einem bereits gefundenen Schnittpunkt mit einem Obj, so kann dieses BV und dessen Teilbaum ignoriert werden
- Sonst: Rekursion
- Sortiere alle noch zu testenden BVs gemäß ihrer Distanz zum Strahlursprung in einem Heap
  - Einfügen eines Elementes und Extrahieren des minimalen Elements haben Aufwand von  $O(\log n)$
- Als nächster Kandidat wird immer dasjenige BV gewählt, das dem Strahlursprung am nächsten ist

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 79

### Beispiel

- Schnitt mit 13 → Ja
 

13				
----	--	--	--	--
- 13 herausnehmen
  - Schnitt mit 9 → Nein
  - Schnitt mit 10 → Ja
 

10				
----	--	--	--	--
- 10 herausnehmen
  - Schnitt mit 11 → Ja
  - Schnitt mit 12 → Ja
 

12	11			
----	----	--	--	--
- 12 herausnehmen
  - Schnitt mit 4 → Ja
  - Schnitt mit 5 → Ja
 

5	4	11		
---	---	----	--	--
- 5 herausnehmen, Test mit Primitiv
- 6 herausnehmen, Test mit Primitiv
 

11				
----	--	--	--	--
- 11 herausnehmen ...

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 80

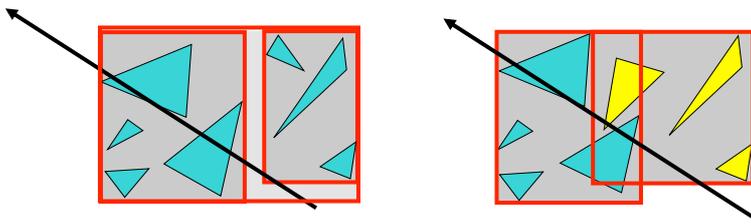
### Anmerkungen

- **Achtung:** Der erste gefundene Schnittpunkt mit einem BV liefert nicht unbedingt dasjenige BV, in dem der nächste Schnittpunkt stattfindet!

- Für die Priority Queue ist keine vollständige Ordnung notwendig, da in jedem Schleifendurchlauf nur das Element mit der kleinsten estimated distance benötigt wird
- Effiziente Umsetzung mit einem **Heap**

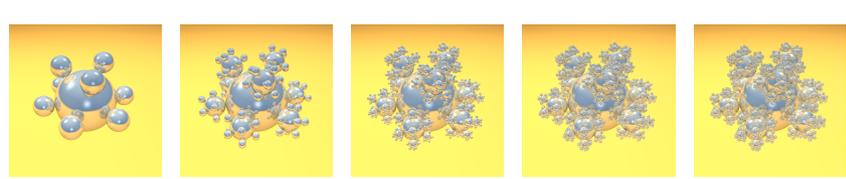
G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 81

- **Achtung:** man darf auch nicht aufhören, wenn man in einem inneren BV einen Schnitt mit einem Primitiv gefunden hat!
  - Es kann einen **näheren** Schnitt in einem BV mit **größerer estimated distance** geben!
- Beispiel:



G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 82

### Was bringt es wirklich?



Anzahl Kugeln	10	91	820	7381	66430
Brute-force	2.5	11.4	115.0	2677.0	24891.0
Goldsmith/Salmon	2.3	2.8	4.1	5.5	7.4

Rechenzeiten in Sekunden, Athlon XP 1900+ (Markus Geimer)

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 83

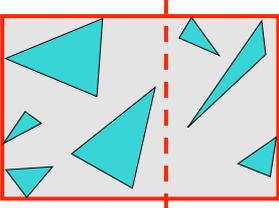
## Eigenschaften einer guten Hierarchie

1. Teilbäume der Hierarchie sollten Objekte enthalten, die in der Szene nahe beieinander liegen (*spatial coherence*) Wirklich?
2. Volumeninhalte der einzelnen BVs sollten minimal sein
3. Die Summe der Volumeninhalte der BVs sollte minimal sein
4. Die Bemühungen beim Aufbau der Hierarchie sollten sich auf die oberen Knoten konzentrieren, da durch Abschneiden eines Teilbaums nahe bei der Wurzel mehr Objekte wegfallen als bei einem tieferen Teilbaum
5. Die Zeit zur Berechnung des Bildes durch Raytracing-Verfahren sollte trotz der zusätzlichen Preprocessing-Zeit zum Aufbau der Hierarchie sehr viel geringer werden

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 84

## Erzeugung von BV-Hierarchien

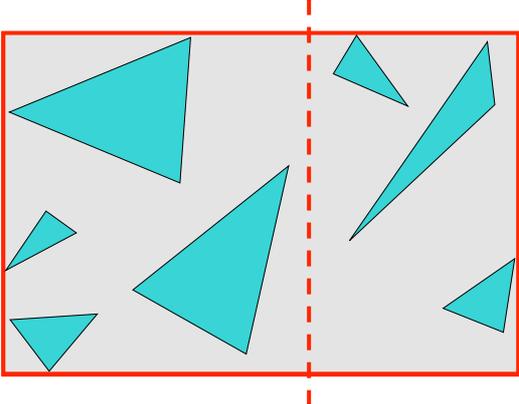
- Durch die Modellierung gegeben (Szenengraph)
- Bottom-up:
  - Rekursives Zusammenfassen von  $n$  Objekten mit einem BV
  - Problem: Wie wählt man die Objekte sinnvoll aus?
- Top-down:
  - Unterteile rekursiv die Menge der Primitive
  - Problem: nach welchem Kriterium unterteilt man?
  - Median-Cut:
    - Sortieren der Objekte entlang einer Koordinatenachse, Aufteilen in zwei Hälften und Verfahren rekursiv anwenden
    - Problem: Sortierkriterium (Objekte haben Ausdehnung)
- Iterative Insert:
  - Heuristik nach Goldsmith/Salmon



G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 85

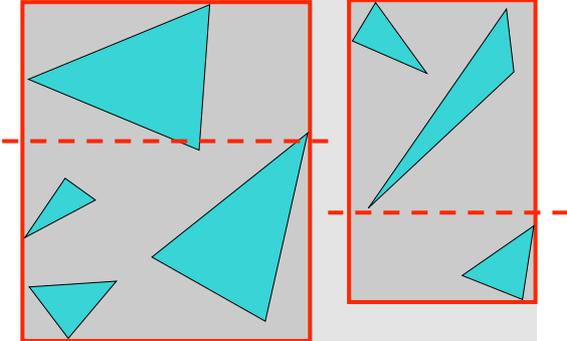
Beispiel für die Erzeugung einer BVH

- Schließe alle Objekte (= Dreiecke meistens) durch (elementare) BVs ein (z.B. AABB)
  - Arbeite ab jetzt nur noch mit diesen elementaren BVs
- Teile die Menge der Objekte in zwei Gruppen auf
- Rekursion



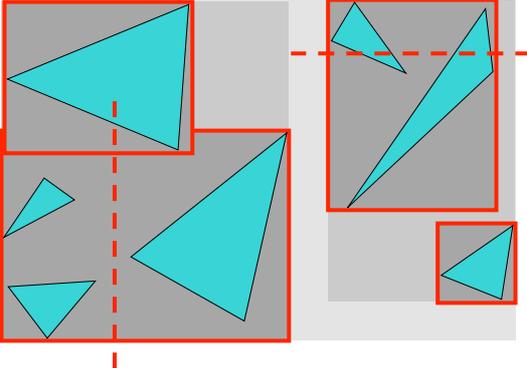
G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 89

- Schließe alle Objekte (= Dreiecke meistens) durch (elementare) BVs ein (z.B. AABB)
  - Arbeite ab jetzt nur noch mit diesen elementaren BVs
- Teile die Menge der Objekte in zwei Gruppen auf
- Rekursion



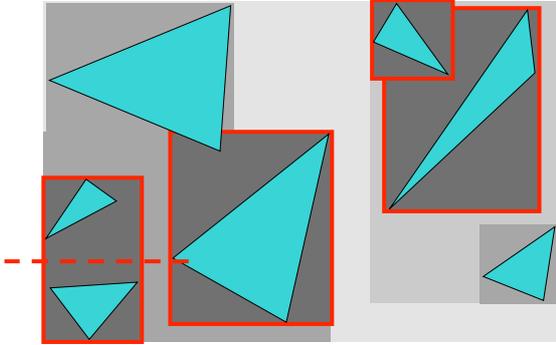
G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 90

- Schließe alle Objekte (= Dreiecke meistens) durch (elementare) BVs ein (z.B. AABB)
  - Arbeite ab jetzt nur noch mit diesen elementaren BVs
- Teile die Menge der Objekte in zwei Gruppen auf
- Rekursion



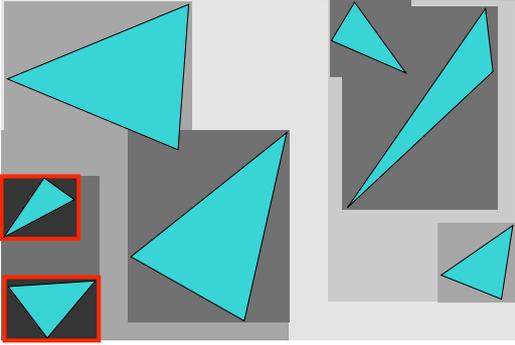
G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 91

- Schließe alle Objekte (= Dreiecke meistens) durch (elementare) BVs ein (z.B. AABB)
  - Arbeite ab jetzt nur noch mit diesen elementaren BVs
- Teile die Menge der Objekte in zwei Gruppen auf
- Rekursion



G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 92

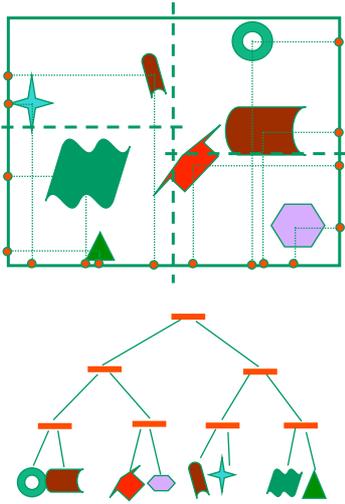
- Schließe alle Objekte (= Dreiecke meistens) durch (elementare) BVs ein (z.B. AABB)
  - Arbeite ab jetzt nur noch mit diesen elementaren BVs
- Teile die Menge der Objekte in zwei Gruppen auf
- Rekursion



G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 93

### Einfachste Heuristik für Top-Down: Median Cut

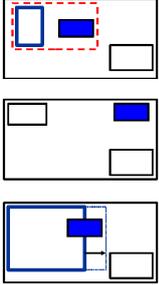
1. Bestimme BV für alle Objekte
2. Sortiere die Objekte gemäß ihrem Mittelpunkt entlang der x-Achse
3. Teile die Szene in der Mitte; die eine Hälfte der Objekte wird dem linken Teilbaum zugeordnet, die andere Hälfte dem rechten Teilbaum
4. Wiederhole 1-3 rekursiv auf die Teilszenen
  1. Variante: wähle auf jeder Ebene zyklisch eine andere Achse
  2. Variante: wähle die Achse der längsten Ausdehnung
  - § Terminierung, wenn Teilszene nur noch n Objekte enthält



G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 94

## Iterativer Insert [Goldsmith und Salmon, 1987]

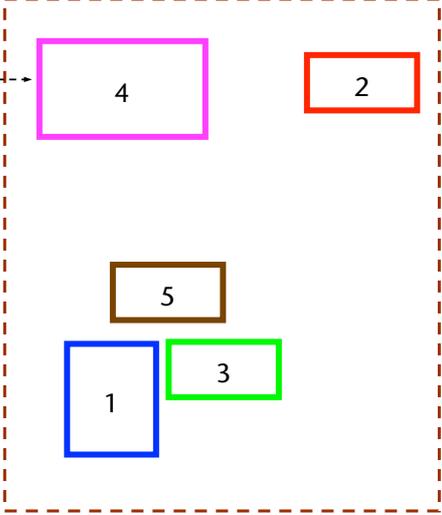
- Iterativer / rekursiver Algorithmus
- Starte mit einem einzelnen Wurzelknoten
- Füge nacheinander jeweils 1 Dreieck in die bis dahin bestehende BVH ein:
  - Lasse das Dreieck rekursiv nach unten "sickern"
    - Vergrößere dabei ggf. das BV der Knoten
  - Ist das Dreieck an einem Blatt angekommen →
    - Ersetze das Blatt durch einen inneren Knoten
    - füge das neue und das alte Dreieck als dessen Kinder an
  - Steht man an einem inneren Knoten → treffe eine der folgenden Entscheidungen:
    - füge das Dreieck am aktuellen (inneren) Knoten an
    - lasse das Dreieck in den linken / rechten Teilbaum sickern



G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12
Ray-Tracing Acceleration 95

## Beispiel für Goldsmith und Salmon

- Szene vor der Erzeugung der Hierarchie
- Jedes Objekt wird durch sein Bounding Volume umgeben
- Das gestrichelte Viereck ist die gesamte Szene



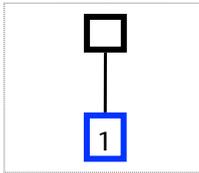
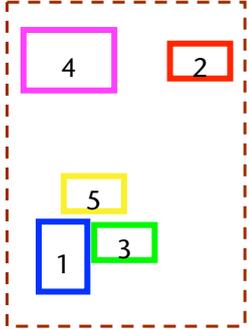
G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12
Ray-Tracing Acceleration 96

### 1. Iteration

Gegenwärtiger Baum



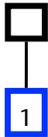
Möglichkeiten

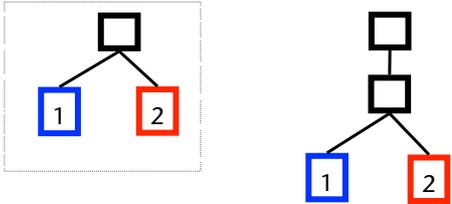
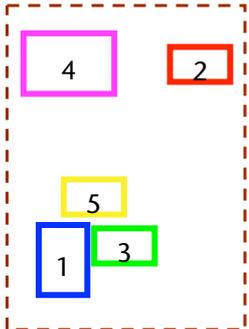
G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 97

### 2. Iteration

Gegenwärtiger Baum



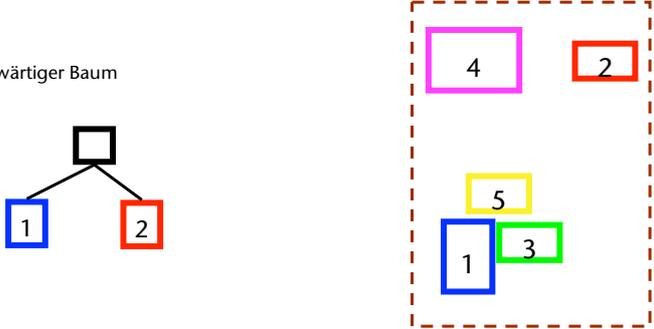
Möglichkeiten

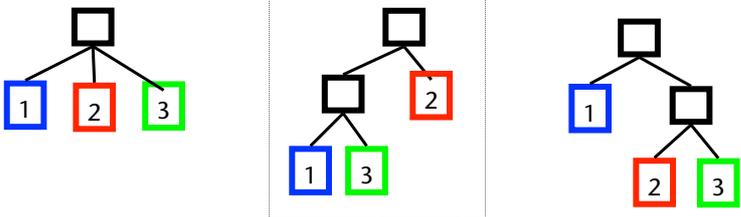
G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 98

### 3. Iteration

Gegenwärtiger Baum



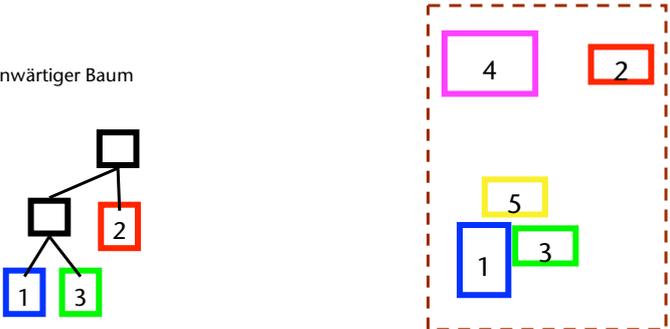
Möglichkeiten



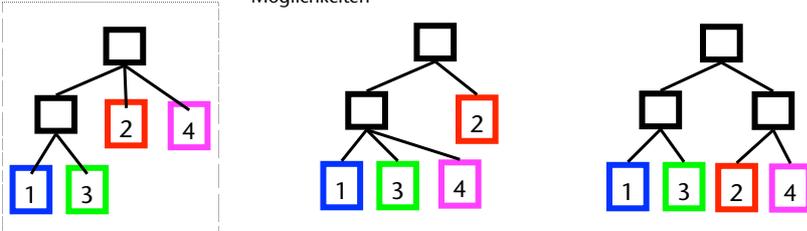
G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 99

### 4. Iteration

Gegenwärtiger Baum



Möglichkeiten



G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 100

### 5. Iteration

Gegenwärtiger Baum

Möglichkeiten

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 101

### 5. Iteration

Gegenwärtiger Baum

Möglichkeiten

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 102

## Bemerkungen

- Die **Reihenfolge**, in der die Objekte eingefügt werden, hat einen sehr großen Einfluss darauf, wie gut der Baum wird
- Goldsmith/Salmon experimentierten mit:
  - Reihenfolge wie im geladenen Modell
  - zufällig (shuffled)
  - Sortiert entlang einer Koordinatenachse

Zahl der Schnitt-Berechnungen pro Strahl bei verschiedenen Testszenen

User Supplied	5.94	19.9	12.9	10.1	32.0	63.2
Sorted	6.53	20.0	15.9	13.3	32.0	55.2
Average Shuffled	6.21	19.9	14.3	9.4	40.5	44.8
Best Shuffled	5.94	19.9	12.4	8.7	36.7	42.4
Worst Shuffled	6.32	19.9	17.4	18.3	48.2	47.2

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 103

## Die entscheidende Frage

- Bei Salmon/Goldsmith (inkrementell):  
Zu **welchem Teilbaum** soll ein Dreieck hinzugefügt werden?
- Bei top-down Aufbau:  
Welches ist, zu einer geg. Menge von Dreiecken, die **optimale Aufteilung** in zwei Teilmengen? (wie bei kd-Tree)
- Verwende die **Surface-Area-Heuristic (SAH)**:  
teile B so auf, daß
 
$$C(B) = \text{Area}(B_1) \cdot N(B_1) + \text{Area}(B_2) \cdot N(B_2)$$
 minimal wird

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 104

- Anwendung auf Salmon/Goldsmith:
  - Propagiere das Objekt in denjenigen Unterbaum, der dadurch die geringste Kostenerhöhung für das Ray-Tracing verursacht
  - Falls beide die gleichen Kosten verursachen (z.B. 0), verwende eine andere Heuristik, z.B. Anzahl Dreiecke im Teilbaum
  - Falls alle Unterbäume zu hohe Kosten verursachen (z.B. Flächenzunahme auf 90% der Fläche von Vater), hänge Objekt als direktes Kind an den aktuellen Knoten (BVH ist also nicht notwendig binär)

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 105

- Anwendung auf rekursive top-down BVH-Konstruktion:
  - Berechne BV zu gegebener Menge von Objekten (= elem. BVs)
  - Partitioniere Menge der Objekte in 2 Teilmengen (oder mehr)
  - Konstruiere BVH für jede der Teilmengen
- Gesucht: optimale Aufteilung
 
$$C(B) = \min_{B' \in \mathcal{P}(B)} C(B', B \setminus B')$$

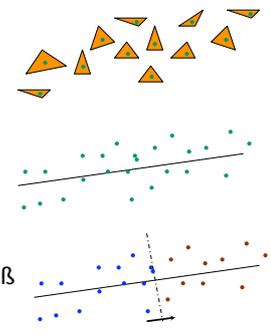
wobei B = Menge der Polygone im Vater-BV

  - Ist natürlich nicht praktikabel

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 106

- Heuristischer Aufbau einer BVH:
  - Repräsentiere Objekte (Dreiecke) durch deren Mittelpunkte
  - Bestimme die Achse der größten Ausdehnung
  - Sortiere die Punkte entlang dieser Achse
  - Suche entlang dieser Achse das Minimum gemäß Kosten-Heuristik mittels Plane-Sweep:
 
$$k = \arg \min_{j=1 \dots n} \left\{ \frac{\text{Area}(b_1 \dots b_j)}{\text{Area}(B)} \cdot j + \frac{\text{Area}(b_{j+1} \dots b_n)}{\text{Area}(B)} \cdot (n - j) \right\}$$

wobei die  $b_j \in B$  die elementaren BVs sind und  $j$  bzw.  $(n-j)$  die Anzahl der Objekte in  $B_1$  bzw.  $B_2$ .

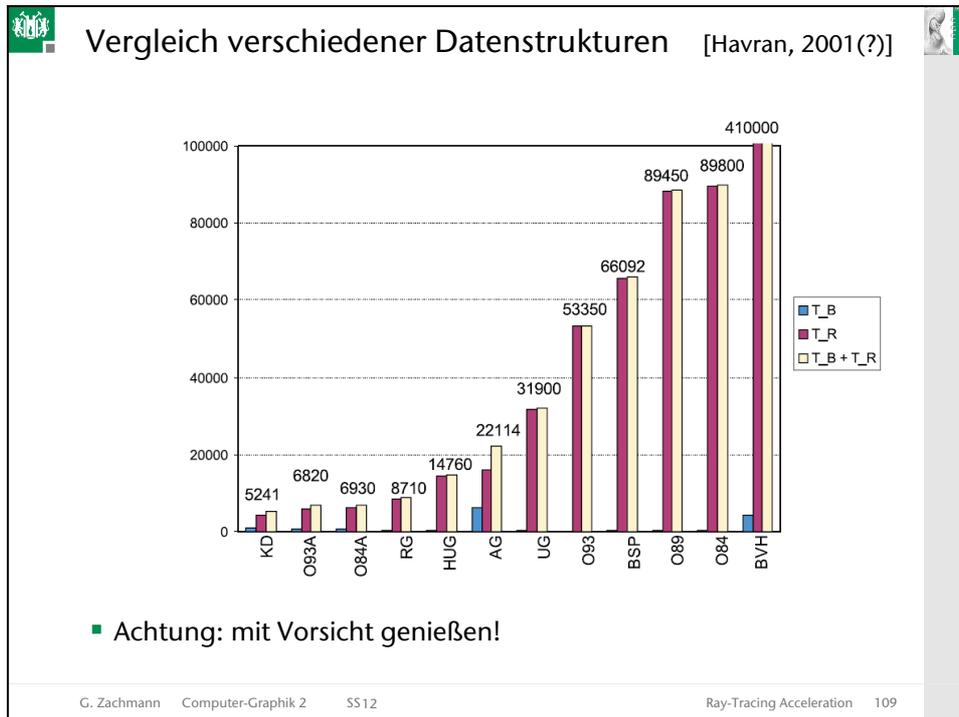


G. Zachmann   Computer-Graphik 2   SS12   Ray-Tracing Acceleration   107

- Laufzeit:
 
$$T(n) = T(\alpha n) + T((1 - \alpha)n) + O(n \log n)$$

$$\in O(n \log^2 n)$$
- Bemerkungen:
  - Abbruchkriterium bei top-down Verfahren: analog zum kd-Tree
  - Top-down-Verfahren liefert i.A. bessere BVHs als iteratives Verfahren

G. Zachmann   Computer-Graphik 2   SS12   Ray-Tracing Acceleration   108



### Parallelisierung

- Einfache (triviale) Parallelisierung:
  - "Grobkörnige" Parallelisierung = Verteilung auf mehrere CPU / Cores
  - → daher auch "*thread-level parallelism*" (TLP)
  - Implementierung:
    - mehrere Threads ( $\approx$  Prozesse), shared memory
    - mehrere Prozesse, auf mehrere Rechner verteilt, kopiere Szene auf alle Rechner
    - jeder Prozeß / Thread bekommt eine Kachel des Bildes
    - Vorteil: (fast) keine Synchronisation notwendig (nur ganz zum Schluss)
  - *Dynamic Load Balancing*:
    - Teile Bild auf in  $k \cdot n$  Kacheln,  $n = \# \text{ Procs}$ ,  $k = 10 \dots 100$
    - Jeder Prozessor (Worker) holt sich das nächste Work-Packet (eine Bild-Kachel) aus dem Pool, sobald er mit der alten fertig ist
    - Spruch: "ray tracing is embarrassingly parallel"
  - Mehr dazu in VL über Verteilte Systeme o.ä.

G. Zachmann Computer-Graphik 2 SS12 Ray-Tracing Acceleration 110

- Weitere Parallelisierungsart: *Instruction-Level Parallelism* (ILP)
- Beispiel:
 

```
int a = x + y;           // process 1
int b = u + v;           // process 2
int c = a + b;           // wait for proc 1 & 2
```
- Bemerkung:
  - das machen CPU & Compiler heutzutage von alleine
- Bringt für kd-Tree (z.B.) gar nichts:
  - Arbeit pro Knoten beim Traversal =
    - Float laden
    - Branch (für Splitting-Achse x, y, z)
    - Div. & Add.
    - Branch (welches Kind zuerst)
  - Branches machen ILP zunichte

G. Zachmann   Computer-Graphik 2   SS12 Ray-Tracing Acceleration   111

- Weitere Parallelisierung: *data parallelism*
  - SIMD (*single instruction multiple data*)
  - Alle Register (Float/Int) einer CPU sind **4-fach** vorhanden → Vektor
  - Eine Operation kann auf alle 4 Komponenten gleichzeitig angewandt werden
  - M.a.W.: alle Rechenoperationen sind **gleich zeitaufwendig**, egal ob auf einzelnen Float, oder 4-fach Vektor

G. Zachmann   Computer-Graphik 2   SS12 Ray-Tracing Acceleration   112

- Typischer SIMD-Befehlssatz (Altivec, SSE):
  - Alle Float/Int-Operationen (Add., Mult., Comp., Round., Load/Store, ...) komponentenweise auf ein Paar von Vektoren ("*intra-element op.*")
  - Inter-element-Operationen (permute, pack/unpack, merge, splat, ...)
  - "Horizontale" Operationen = "reduce" (horizontal subtract, add, ...)
  - Komplexere Op.: Dot product (SSE4)

intra-element operations

G. Zachmann    Computer-Graphik 2    SS12    Ray-Tracing Acceleration    113

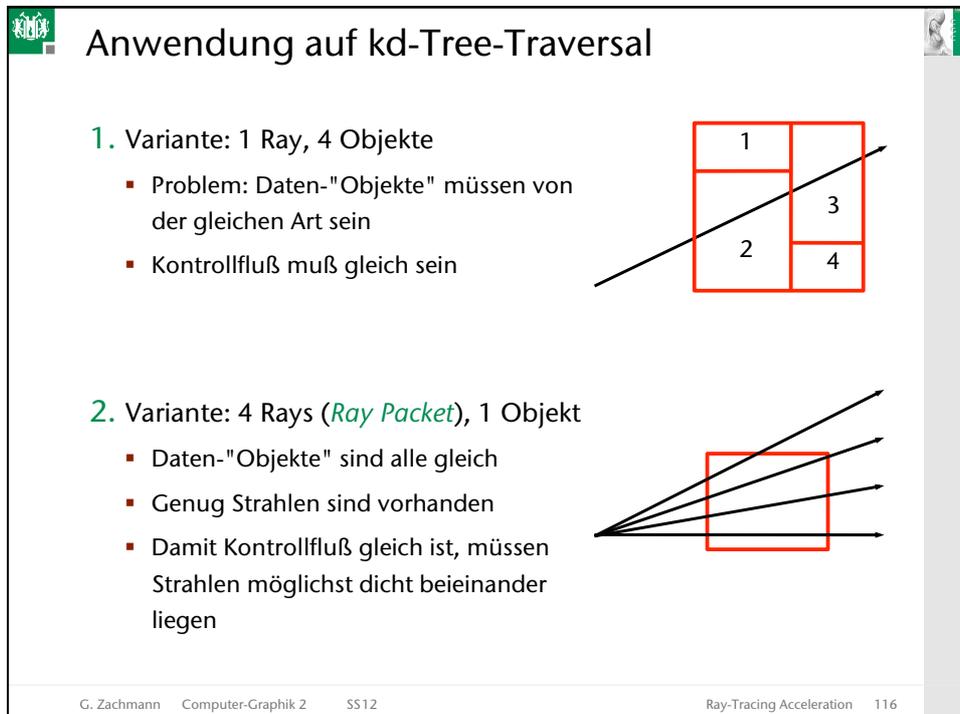
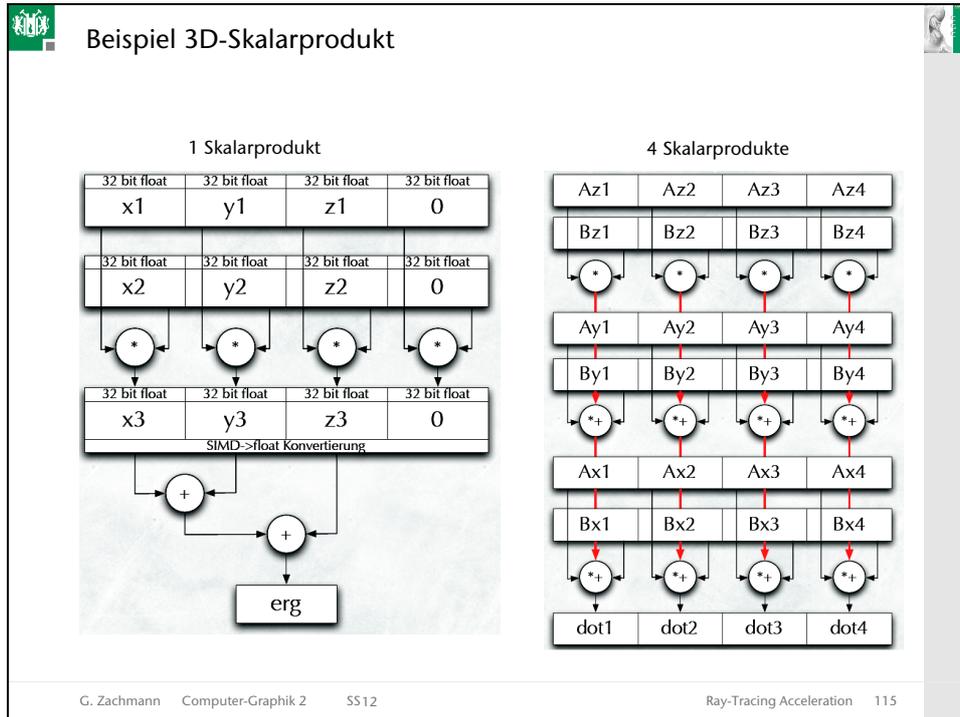
- Permute / Shuffle:
 

$T = \text{vec\_perm}(A, B, C);$
- Compare and Select:
 

$\text{vec\_cmpeq}()$

$\text{vec\_sel}()$

G. Zachmann    Computer-Graphik 2    SS12    Ray-Tracing Acceleration    114



## SIMD-Algo für Schnittest Ray-Packet / Box

- Erinnerung: schneide Strahl sukzessive gegen Slabs

```

// A/B = linke/rechte Seite der Bbox
// d = Richtungsvektor, O = Aufpunkt des Strahls
// d' = 1 / d
// alle Operationen, auch min/max, sind komponentenweise!

t_min = -∞
t_max = ∞
loop a = x, y, z:
    t1 = (Āa ⊖ Oa) ⊙ d'a
    t2 = (B̄a ⊖ Oa) ⊙ d'a
    t_min = max( min(t1, t2), t_min )
    t_max = min( max(t1, t2), t_max )
return ! all_ge(t_min, t_max) && all_le(t_max, 0)

```

liefert 1, wenn alle 4 Komponenten von  $t_{\min}$  größer der jew. Komponente in  $t_{\max}$  ist